

1. Основные этапы математического моделирования физического процесса.
2. Прямые и обратные задачи, возникающие при математическом моделировании.
3. Приведите примеры, демонстрирующие универсальность математических моделей и принцип аналогий.
4. Что такое иерархия моделей. Приведите примеры.

1. Основные этапы математического моделирования физического процесса.

У Тихонова всё кратко:

1. Формулировка модели.
2. Исследование математической задачи.
3. Поиск алгоритма решения (аналитического или численного).
4. Создание компьютерной программы.
5. Исследование результатов и сопоставление их с имеющимися данными.
6. Доработка модели.

У Боголюбова иначе:

- 1) Математическое обоснование модели
- 2) Качественное исследование модели
- 3) Её численное решение
- 4) Получение результатов
- 5) Использование результатов.

Давайте это подытожим, чтобы можно было запомнить. На самом деле основных шага три: (советую вспомнить, как вы работали с прогами в мае).

- 1) **Строим модель «в буквах», получая дифур.** Например, на ММФ вы вывели уравнение теплопроводности, которое вам предстоит запрогать.
- 2) **Численное решение – как правило, на компьютере.** Садитесь, и пишите код. Как правило, этот процесс сопровождается руганью по отношению к компилятору и речами в духе «почему моего варианта нет на ВВХ».
- 3) **Получение результатов** (красивых графиков), которые вы отправляете вашему преподу (если это Михаил Геннадьевич Токмачёв, то добавляется четвёртый шаг – доработка, пока он не примет ☺).

Эти три пункта – база. При желании сюда может вставить «качественную проверку численной модели», «сопоставление результатов моделирования с экспериментом» и т.д.

## 2. Прямые и обратные задачи, возникающие при математическом моделировании.

Прямая задача – это когда нам дана математическая модель, все параметры известны, и нам надо лишь всё по ней посчитать.

Пример: наши программы по ОММ<sup>☺</sup> Всё дано, надо только прогу написать.

Обратные задачи делятся на два типа:

**Задачи распознавания:**

Теоретик: Мне хотелось бы узнать, какая масса хренона!

Экспериментатор: Напрямую её померить нельзя, но я заморозил эксперимент, где она участвует в качестве параметра!

Теоретик: Вот, а для этого эксперимента у меня есть модель, где масса участвует. Так что по твоим конечным данным я смогу *распознать* параметр (в данном случае массу).

**Задача синтеза / задача математического проектирования:**

Экспериментатор: Я тут принёс результаты эксперимента, где я...

Математик: Но у меня даже нет математической модели!

Экспериментатор: Так придумай (*синтезируй*) модель, которая опишет всё то, что я наэкспериментировал!

Причём здесь модель может иметь сколь угодно костылей, лишь бы её результаты согласовывались с экспериментом.

Примеры:

Примеры: *синтез диаграммы направленности антенны*: определение распределения токов, создающих заданную диаграмму направленности антенны; *синтез градиентных световодов*: определение профиля функции диэлектрической проницаемости, при котором световод обладает заданными характеристиками.

**3. Приведите примеры, демонстрирующие универсальность математических моделей и принцип аналогий.**

Одну и ту же математическую модель можно применить для разных областей науки – всё будет аналогично. В этом и есть принцип аналогии.

Одно и то же уравнение гармонических колебаний  $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$  описывает колебания как и груза на пружинке, и (последующие три примера от Боголюбова) тока в LC-контуре, и колебания численности жертв и хищников в популяции, а также колебания зарплаты (чем она выше, тем больше рабочих хотят прийти в компанию и наоборот).

**4. Что такое иерархия моделей. Приведите примеры.**

Иерархия моделей – это вот:

*самая простая модель, понятная детсадовцу  
чуть более точная модель*

*достаточно точная модель, но уже слоооооожная  
очень точная модель с системой из 50 дифуров (удачи в её решении)*

Боголюбов, кстати, так и не приводит пример иерархии моделей, вместо этого он решает задачу с ракетой. А вот что пишет Тихонов:

Примером такой задачи является прогноз влажности поля под сельскохозяйственной культурой. Все поле можно рассматривать как единое целое и записать для него соотношения баланса влаги. Можно разбить почву на слои и рассматривать баланс влаги в слоях, в таком случае мы получим модель, представляющую собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Также мы можем учитывать факторы, связанные с растениями и наблюдать, например, изменение интенсивности испарения жидкости с листьев в зависимости от внешней температуры, влажности, интенсивности солнечной радиации и т.д. Получаем очень широкий спектр моделей, в той или иной мере описывающих происходящее.

Боголюбов очень точно подмечает про борьбу математиков с физиками: физикам нужна модель сложная и точная, чтобы описывала эксперимент, а математикам бы попроще, чтобы дифуры решались.